**Муниципальное образовательное учреждение Средняя образовательная школа №1 с углублённым изучением отдельных предметов**

**г. Дубна Московской области.**

**Исследовательская работа по теме:**

**Углублённое изучение равенства треугольников.**

**Ученики 7 «А»:Красавин Арсений, Князев Иван**

**Учитель:Моторина Дина Юрьевна**

**Содержание:**

**1. Введение: почему мы выбрали эту тему.**

**2.Цель.**

**3.Четвёртый признак равенства треугольников.**

**4.Дополнительные признаки равенства треугольников( первый, второй, третий, четвёртый).**

**5.Вывод.**

**6.Литература.**

**Введение:**

**Почему мы выбрали эту тему.**

Мы выбрали тему о равенстве треугольников потому, что в начале седьмого класса мы проходили эту тему на уроке геометрии. Нас заинтересовал вопрос: «Могут ли быть ещё какие-нибудь признаки равенства треугольников?». Мы нашли четвёртый признак и дополнительные признаки равенства треугольников. Нам понравилась эта тема, и мы решили рассмотреть её подробнее**.**

**Цель: доказать четвёртый и дополнительные признаки равенства треугольников.**

**Если две стороны первого треугольника соответственно равны двум сторонам второго треугольника и угол, противолежащий одной из этих сторон в первом треугольнике, равен углу, противолежащему соответственно равной ей стороне во втором треугольнике, то эти треугольники равны.**

Воспроизведем рассуждение, которое обычно приводилось вместе с этим утверждением. Пусть имеются два треугольника АВС и А1В1С1, причем АВ =А1В1, АС = А1С1, ∠ АВС=∠ А1В1С1 (1).

Поскольку про углы А и A1 никакой информации нет, мы умышленно изобразили их различными. Используем хорошо знакомый метод приложения. Приложим треугольник АВС к треугольнику А1В1С1 так, чтобы совпали вершины А и А1 (где сходятся соответственно равные стороны) и совместились стороны АС и А1С1 (которым противолежат равные углы), а вершины В и В1 лежали в разных полуплоскостях относительно прямой А1С1 (АС) — тогда треугольник АВС займет положение треугольника А1 В1 С1.

Так как в четырёхугольнике А1В1С1В имеются равные стороны и углы, возникает мысль использовать свойства равнобедренного треугольника. Для этого соединим отрезком вершины В1 и В(О — точка пересечения диагоналей А1С1, и В1В). Получившийся треугольник А1ВВ1 равнобедренный, а потому ∠ А1ВВ1 = ∠ А1 В1В. Находим, что ∠ С1ВВ1=∠ С1В1В. Поэтому треугольник С1ВВ1 — равнобедренный, и С1В1 = С1В. Следовательно, Δ А1В1С1= Δ А1ВС1 (= Δ АВС) (по третьему признаку равенства треугольников ).

Известен такой афоризм: геометрия есть искусство правильно рассуждать на неправильном чертеже. Однако достаточно часто исходные предположения не позволяют нам сразу создать «правильный» чертеж из-за отсутствия всех необходимых данных, а потому верное изображение рассматриваемой конфигурации удается построить только после полного завершения всех необходимых логических рассуждений.

Именно в такой ситуации находились и мы, когда начали с рисунка 1, где не стали изображать данные треугольники одинаковыми. Теперь ясно, что этот чертеж не соответствует полученному равенству — данные треугольники АВС и А1В1С1, оказались равными. Следует также обратиться к рисунку 3 и, учитывая их равенство, заменить его, как вы без труда убедитесь, на рисунок 4.

Рассуждение завершено, чертежи поправлены, обоснование четвертого признака равенства треугольников казалось бы получено. Но мы не спешили с окончательным выводом.

 Вы, наверно, уже заметили, что одну претензию предъявить нужно. Наше рассуждение четко проведено для конкретной конфигурации — рисунка 3, то есть «привязано» только к определенному «виду» треугольников АВС и А1В1С1, изображенных нами на рисунке 1. И абсолютно непонятно, почему оно «проходит» для любой другой возможной конфигурации.

Оказалось, что это важный момент! Доказательство теоремы лишь тогда признается правильным, когда оно «охватывает» все возможные, то есть допускаемые условиями теоремы, конфигурации и не использует (явно или неявно) специальные свойства или замаскированные особенности выбранного чертежа. Поэтому для «чистоты» рассуждения нам надлежит рассмотреть и иные возможные «виды» исходных треугольников вместо показанных на рисунке 3.

Именно в ходе терпеливого и вдумчивого поиска и анализа различных случаев мы натолкнулись на конфигурацию, которая заставит нас, после всех достигнутых успехов, объявить, что открытие «четвертого признака равенства треугольников» не состоялось.

Мы приведем сначала контрпример к обсуждаемому нами утверждению, а потом покажем, для какой конфигурации рассуждение «не проходит». Возьмем равнобедренный треугольник А1ВВ1, где А1В = А1В1, и соединим вершину А1 с произвольной внутренней точкой О основания ВВ1, отличной от его середины (рис. 7). Тогда исходный треугольник А1ВВ1 разбивается на два неравных треугольника А1ВО и А1В1О (ведь один из них — остроугольный, а другой — тупоугольный), для которых все условия нашего утверждения, очевидно, полностью выполнены!

Итак, вопрос о «четвертом признаке равенства треугольников» получил свое отрицательное решение.

**Первый признак.**

Если две стороны и медиана, проведённая к третьей стороне треугольника, соответственно равны двум сторонам и медиане проведённой к третьей стороне треугольника, то такие треугольники равны.

Дано:

BA=B1A1 AC=A1C1 AQ=A1Q1 BQ=QC B1Q1=Q1C1

Доказать:

Треугольник ABC= треугольнику A1B1C1

Доказательство:

1) Продлим медиану в обоих треугольниках, затем соединяем её с сторонами треугольника и получаем, что треугольник BQP равен треугольнику AQC и BP = AC, но AC=A1C1, а A1C1 из аналогичных треугольников равен B1P1, таким образом BP=B1P1 .

2) Поскольку нам известно, что BA=B1A1, значит, PC=P1C1, AC=A1C1 и BP=B1P1 и AP=A1P1, из этого следует, что треугольник APC=A1P1C1, а из этого равенства следует, что угол PAC= углу P1A1C1, а также треугольник ABP равен треугольникуB1P1 и угол BAP равен углу B1A1P1.

3) Итак, треугольник ABC равен треугольнику A1B1C1 по первому признаку треугольников.

**Второй признак.**

Если два угла и высота, поведенная к стороне, к которой прилегают эти углы, одного треугольника соответственно равны двум углам и высоте, проведенной к третьей стороне, к которой прилегают эти углы, другого треугольника, то такие треугольники равны.

Дано: BD=B1D1 Доказать:

Угол A= углу A1 Треугольник ABC= треугольнику A1B1C1

Угол C= углу C1

Доказательство:

1) Угол ABD= углу A1B1D1 потому, что 180-90-угол A(A1)= угол ABD(A1B1D1) из этого следует, что треугольник ABD= треугольнику A1B1D1( по стороне и двум прилежащим к ней углам) и из этого следует, что AB=A1B1.

2) Угол СВD= углу С1В1D1 потому, что 180-90-угол C(C1)= угол СВD(С1В1D1) ,из этого следует, что треугольник BDC= треугольнику B1D1C1, тогда BC=B1C1.

3) AB=A1B1

BC=B1C1

Угол ABC= углу A1B1C1,тогда треугольник ABC= треугольнику A1B1C1 по двум сторонам и углу между ними.

**Третий признак.**

Если сторона, высота и медиана, проведённые к стороне одного треугольника, соответственно равны стороне, высоте и медиане, проведённым к стороне другого треугольника, то эти треугольники равны.

Дано: Доказать:

АВ=А1В1 Треугольник АВС=треугольнику А1В1С1

BD=B1D1

BE=B1E1

Доказательство:

1)Треугольник DBE=треугольникуD1B1E1(по катету и гипотенузе)⇒угол1=углу2⇒угол АDB=углу А1D1B1.

2)Треугольник АВЕ=треугольнику А1В1Е1(по катету и гипотенузе)⇒угол А=углуА1.

3)Угол АDB=углуА1D1B1

Угол А=углу А1 ⇒угол3 = углу4, тогда треугольник АВD=треугольнику А1В1D1,(1пр)⇒АD=A1D1,а значит и АС=А1С1,итак,

АВ=А1В1(условие)

АС=А1С1(док) ⇒Треугольник АВС=треугольнику А1В1С1,

Угол А=углу А1

**Вывод:**

Мы познакомились с дополнительными признаками и доказали их, а с четвёртым признаком получилось так, что мы сначала доказали его, а потом опровергли этот признак.

**Литература:**

**1.Справочник школьника.**

**2.Еженедельник “Математика”-приложение “Первое сентября.**